

تطور جملة مهتزة

إعداد الأستاذ فرقاني فارس
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم - الخروب - قسنطينة
www.sites.google.com/site/faresfergani

المحتوى المفاهيمي : 03

الإهتزازات القسرية

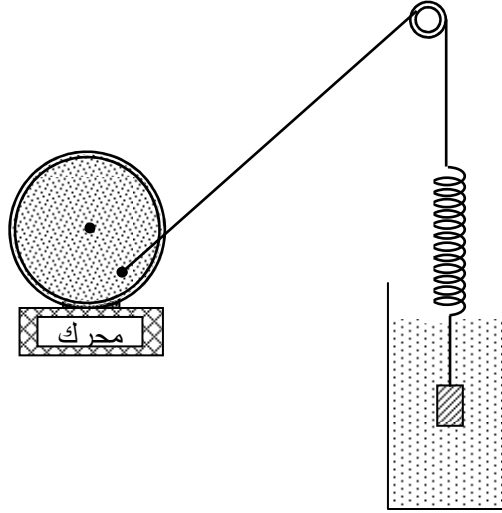
مفهوم الاهتزازات القسرية و التجاوب

- نقول عن جملة ما في شروط معينة أنها تتعرض لاهتزازات قسرية عندما يفرض عامل خارجي دور معين لاهتزازات هذه الجملة ، و نقول أن الجملة المهتزة دخلت في حالة التجاوب عندما تأخذ سعة اهتزازاتها قيمة عظمى .
- تتعرض الجملة المهتزة (ميكانيكية أو كهربائية) إلى تخامد في اهتزازاتها عندما تفقد جزء من طاقتها على شكل تحويل حراري .
- في الجمل الكهربائية يكون الضياع بفعل جول في النواقل الأومية .
- لكي نحافظ على الاهتزازات و نمنع التخامد نقوم بتعويض الطاقة الضائعة ، بتجهيز يتناسب مع طبيعة الجملة المهتزة .

الاهتزازات القسرية لنواس ثقلي

● الدراسة التجريبية للتجاوب :

- نحقق التركيب الموضح في الشكل التالي ، حيث نصل النابض بمحرك يدور بتواتر f بشكل يسمح بتحويل الحركة الدورانية لبكرة المحرك إلى حركة جيبية للجسم المرتبط بالنابض ، فيهتز هذا الأخير بنفس التواتر f . نقول أن الجسم و النابض في حالة تجاوب قسرية .



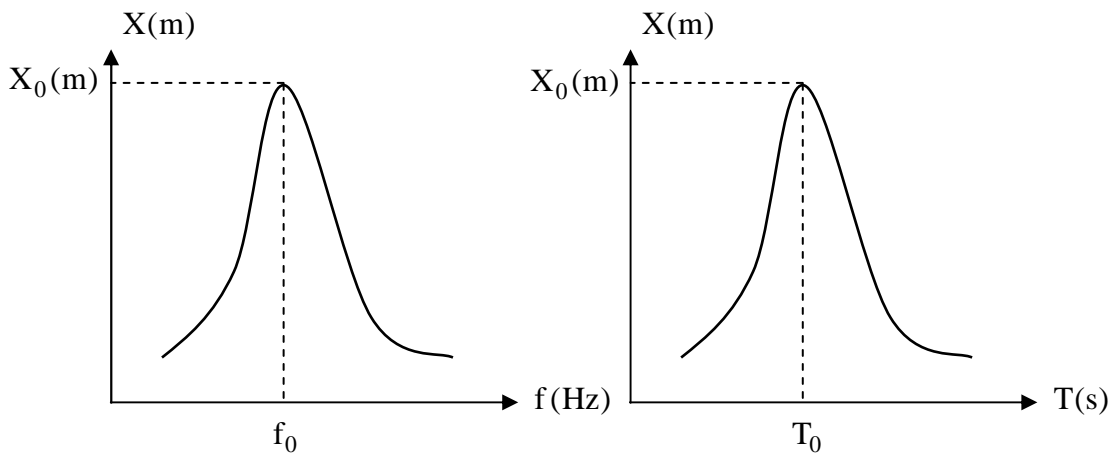
- ندعو الجملة (خيطة - محرك) بالمرحض و الجملة (نابض - جسم) بالمجاوب .
 - عند تغيير التواتر f للمرحض (المحرك) تدريجيا تتغير تدريجيا سعة إهتزاز المجاوب (جسم + نابض) و أثناءها يتغير تواتر المجاوب (جسم + نابض) أيضا حتى يمر بقيمة أعظمية f_0 يقال عندها أن المجاوب (نابض + جسم) قد أصبحت في حالة التجاوب ، في هذه الحالة (التجاوب) تكون سعة النابض في أعظم قيمة لها و عندها يصبح تواتر المجاوب (جسم + نابض) مساوي تقريبا لتواتر المرحض (المحرك) ، أي :

$$f_0 = f$$

كما أن دور المجاوب (جسم + نابض) يصبح يساوي تقريبا لدور المرحض (المحرك) ، أي :

$$T_0 = T$$

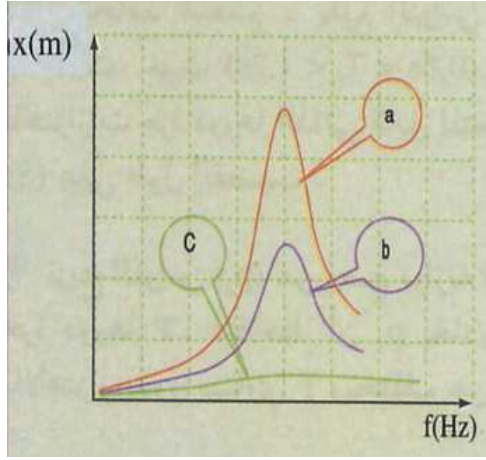
بيانيا :



- نحصل في هذه التجربة على ما يسمى اهتزازات قسرية ، حيث المرحض (المحرك) قام بإجبار المجاوب (الجسم + نابض) على الاهتزاز بتواتر f_0 مساوي لتواتره f .

• تأثير الاحتكاك على التجاوب :

نكرر التجربة السابقة بتغيير فعالية التخماد من خلال تغيير الاحتكاكات في الجملة على الجملة المهتزة المتجاوبة (جسم+ نابض) ، نحصل على المنحنيات التالية :



- إذا كانت الاحتكاكات ضعيفة يكون التخماد ضعيف و تكون استجابة الجملة المهتزة المتجاوبة كبيرة ، أي سعة الاهتزازات كبيرة عند التجاوب و يعبر عن ذلك وجود قيمة حادة في المنحنى (a) ، في هذه الحالة نقول عن التجاوب أنه حاد .

- إذا كانت الاحتكاكات متوسطة يكون التخماد متوسط و عندها تتناقص سعة التجاوب و يكون هذا الأخير غير واضح (يقال عنه ضبابي) (المنحنى b) .

- إذا كانت الاحتكاكات معتبرة يكون التخماد فعال ، عندها يزول التجاوب و يكون المنحنى منبسطا (المنحنى c)

الاهتزازات القسرية الكهربائية**التوتر المنتج (الفعال) :**

- التوتر المنتج U_{eff} (أو شدة التيار المنتجة I_{eff}) التي يرمز لها بـ للتيار المتناوب الجيبي هو التوتر المستمر (أو شدة التيار المستمر) الذي ينتج نفس الكمية من الحرارة التي ينتجها التوتر (أو التيار) المتناوب الجيبي بين طرفي ناقل أومي في نفس المدة الزمنية .

- يقاس التوتر المنتج و شدة التيار المنتجة بمقياس الفولط و الأمبير العاديين المضبوطين في وضع المتناوب ، بمعنى القيمة التي يشير إليها مقياسي الفولط و الأمبير المضبوطين في وضع المتناوب في دارة مغلقة يسري فيها تيار كهربائي متناوب جيبي هي القيمتين المنتجة للتوتر و التيار .

- التوتر المنتج U_{eff} متعلق بالتوتر الأعظمي U_{max} وفق العلاقة :

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$

- شدة التيار المنتجة I_{eff} متعلقة بشدة التيار الأعظمية I_{max} وفق العلاقة :

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

• ممانعة ثنائي القطب (R,L,C) على التسلسل :

يبقى قانون أوم بين طرفي ناقل أومي يسري فيه تيار مستمر ساري المفعول في كل لحظة بين طرفي ثنائي قطب يسري فيه تيار متناوب جيبي ، و يعبر عنه في هذه الأخيرة وفق العلاقة :

$$U = Z I$$

حيث Z هي ممانعة ثنائي القطب الذي يسري فيه التيار المتناوب الجيبي وحدته الأوم (Ω)
- من هذه العلاقة يمكن كتابة :

$$\begin{aligned} U_{max} &= Z I_{max} \\ U_{eff} &= Z I_{eff} \end{aligned}$$

و يمكن أيضا كتابة :

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{U_{max}}{I_{max}}$$

- ممانعة الدارة (R,L,C) يعطى بالعلاقة التالية :

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

• استطاعة التحويل الحراري بفعل جول :

-- استطاعة التحويل الحراري بفعل جول في دارة كهربائية يسري فيها تيار كهربائي متناوب جيبي ، هي الطاقة المحولة بفعل جول في الثانية الواحدة ، يرمز لها بـ P و وحدتها الواط (W) و يعبر عنها بالعلاقة :

$$P = R.I_{eff}^2$$

حيث : R مقاومة الناقل الأومي المكافئ في الدارة .

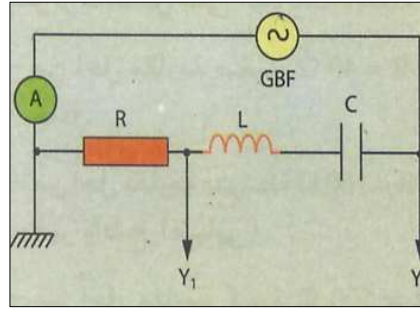
I_{eff} : شدة التيار المنتجة في الدارة .

- الطاقة المحول فعل جول في دارة كهربائية يسري فيها تيار كهربائي متناوب جيبي يعبر خلال مدة زمنية Δt يعبر عنها بالعلاقة التالية :

$$E = P \Delta t = R.I_{eff}^2 . \Delta t$$

• الدراسة الكيفية :

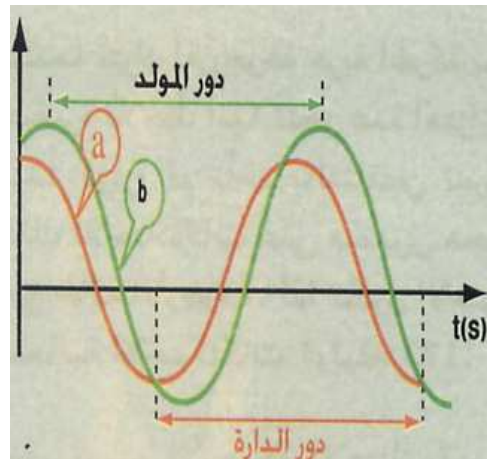
تحقق الدارة الكهربائية التالية :



- تغذي الدارة بتوتر متناوب جيبي تواته قابل للتغيير عبارته الزمنية : $u = U_0 \cos(\omega t)$.

- بواسطة راسم الاهتزاز المهبطي نتابع تغيرات التوتر u_R بين طرفي الناقل الأومي في المدخل Y_1 و التوتر u_G بين طرفي المولد في المدخل Y_2 .

- من أجل قيمة للتواتر نشاهد على شاشة راسم الاهتزاز البيانيين التاليين ، حيث يمثل المنحنى (a) تغيرات التوتر u_R بين طرفي الناقل الأومي المماثل للمنحنى $i(t)$ الذي يمثل تغيرات شدة التيار المار بالدارة .



- من المنحنى $u_R(t)$ المماثل للمنحنى $i(t)$ ، يتبين أن تغيرات شدة التيار i المار بالدارة هي على شكل دالة جيبية دورها مساوي لدور التوتر u_G بين طرفي المولد (GBF).

- عندما نحسب الدور الذاتي للدارة المهتزة (R,L,C) الذي يعطى بالعلاقة : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ، ثم نحسب من المنحنى $u_R(t)$ المماثل للمنحنى $i(t)$ دور شدة التيار المار في الدارة و الذي يجريه المولد (GBF) ، نلاحظ أن الدورين غير متساويين ، و كون أن دور شدة التيار الذي يجري في الدارة مساوي لدور التوتر $u_G(t)$ الذي يطبقه المولد (GBF) على الدارة ، يمكن القول أن المولد أجبر الدارة (R,L,C) على الاهتزاز بدور مساوي لدوره ، و بالتالي نقول أننا حصلنا على اهتزازات كهربائية قسرية .

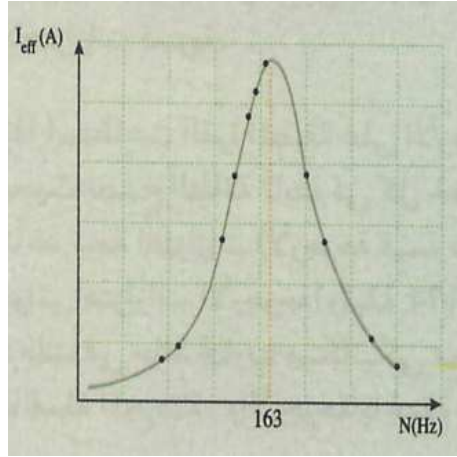
- نسمي المولد (GBF) بالجملة المحرضة (المحرض) و الدارة (R,L,C) بالجملة المجاوبة (المجاوب) .

• الدراسة الكمية :

نأخذ $C = 1 \mu F$ ، $L = 0.95 H$.

نجعل التوتر بين طرفي المولد (GBF) ثابتا و نغير من قيمة تواتره ، و نسجل الشدة المنتجة للتيار الكهربائي في الدارة (R,L,C) .

- نمثل تغيرات شدة التيار الفعالة I_{eff} بدلالة التواتر f للجملة المحرصة (المولد GBF) ، نتحصل على المنحنى التالي :



- حالة التجاوب الكهربائي :

- نحسب التواتر الذاتي للدائرة (R,L,C) فنجد :

$$f = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 163 \text{ Hz}$$

- من البيان نلاحظ أن الشدة المنتجة للتيار الكهربائي تبلغ قيمة عظمى من أجل تواتر المولد $f_0 = 163 \text{ Hz}$ ، أي أن شدة التيار المنتجة في الدائرة (R,L,C) تكون أعظمية عندما يكون تواتر (GBF) مساوي للتواتر f_0 الخاص المجاوب (R,L,C) ، نقول عندها أن الدائرة في حالة تجاوب كهربائي ، إذن عند التجاوب يكون :

$$f_0 = f$$

و من ثم يكون :

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \omega \\ T_0 &= T \end{aligned}$$

نذكر أن الدور الذاتي T_0 و النبض الذاتي ω_0 و التواتر الذاتي f_0 للدائرة RLC يعبر عنهما بالعلاقة :

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ T_0 &= \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \\ f_0 &= \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \end{aligned}$$

- عندما نقيس ممانعة الدائرة عند التجاوب تلاحظ أن قيمتها تصبح مساوية لقيمة مقاومة الدائرة ، أي عند التجاوب يكون :

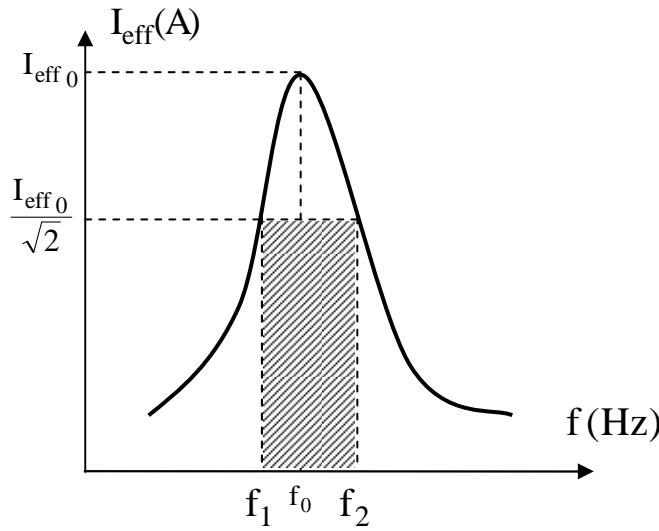
$$Z = R + r$$

- الشريط النافذ :

- الشريط النافذ لتواترات المتجاوب هو مجال التواترات الموافق لـ :

$$I_{\text{eff}} \geq \frac{I_{\text{eff}0}}{\sqrt{2}}$$

- من أجل $I_{\text{eff}} = \frac{I_{\text{eff}0}}{\sqrt{2}}$ يكون للتواتر f قيمتان الأولى f_1 و الثانية f_2 حيث $f_1 < f_2$ (الشكل) ، نسمي f_1 ، f_2 حدي الشريط النافذ .



- يمكن إثبات أن $I_{\text{eff}} = \frac{I_{\text{eff}0}}{\sqrt{2}}$ ، عندما تكون الاستطاعة المحولة بفعل جول في الدارة مساوية لنصف الإستطاعة الأعظمية المحولة فعل جول في الدارة ، أي :

$$P = \frac{P_0}{2} \rightarrow I_{\text{eff}} = \frac{I_{\text{eff}0}}{\sqrt{2}}$$

- عرض الشريط النافذ :

عرض الشريط النافذ الذي نرسم له بالرمز Δf هو الفرق بين قيمتي التواتر f_1 ، f_2 الموافقتين للقيمة $I_{\text{eff}} = \frac{I_{\text{eff}0}}{\sqrt{2}}$ ، فهو إذن يعبر عنه بالعلاقة :

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

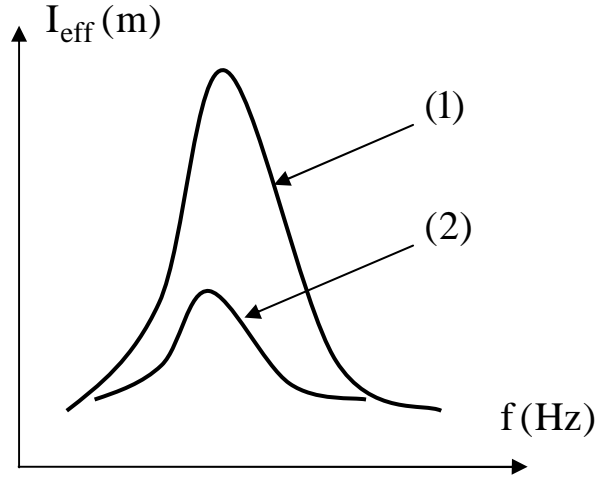
- في المجال Δf (عرض الشريط النافذ) ، نقول عن الجملة المتجاوبة أنها أكثر استجابة .
■ معامل الجودة :

معامل الجودة هو مقدار يستعمل للتعبير عن حالة التجاوب بين المحرض (GBF) و المتجاوب (الدارة R,L,C) ، يرمز لها ب Q و هو بدون وحدة ، يعبر عنه بالعلاقة التالية :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}$$

- نقول عن الجملة المهتزة المتجاوبة أنها أكثر استجابة (أو أن استجابتها مقبولة) كلما كان معامل الجودة Q أكبر ، في هذه الحالة يكون المنحنى (f) x أكثر حدة .

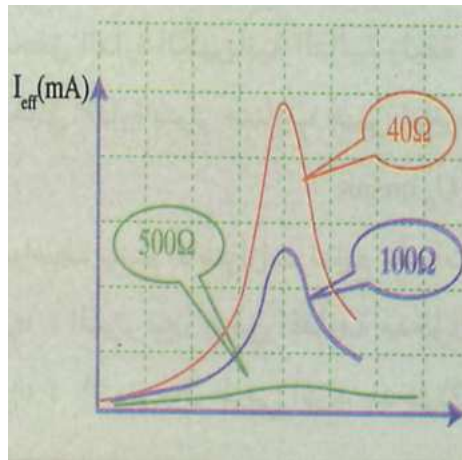
مثال :



المنحنى (1) أكثر حدة من المنحنى (1) و بالتالي عنده يكون معامل الجودة أكبر و الجملة المهتزة المتجاوبة أكثر استجابة .

● تأثير التخماد :

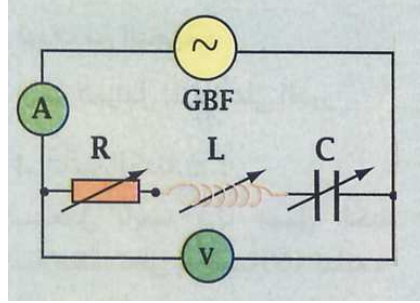
نكرر التجربة السابقة بتغيير قيمة المقاومة R ، و من أجل كل قيمة للمقاومة ، نمثل تغيرات الشدة المنتجة للتيار i(t) بدلالة التواتر f فنحصل على المنحنيات التالية :



- من أجل مقاومة صغيرة $R = 40 \Omega$ ، يكون التخماد ضعيف و التجاوب حاد .
- من أجل مقاومة متوسطة $R = 100 \Omega$ يكون التخماد متوسطا و التجاوب غير واضح (ضبابي) .

- من أجل مقاومة كبيرة $R = 500 \Omega$ ، يكون التخامد كبيراً و المنحنى منبسطة و لا يوجد تجاوب .

■ **تأثير العوامل R ، L ، C على ممانعة ثنائي القطب (R,L,C) :**
نحقق الدارة (R,L,C) على التسلسل المبينة في الشكل التالي :



- نثبت التواتر f و السعة C و الذاتية L و نأخذ قيم مختلفة للمقاومة R ثم نقرأ قيم التوتر المنتج U_{eff} بين طرفي الدارة و الشدة المنتجة I_{eff} المار بها ثم نحسب ممانعة الدارة من أجل كل قيمة ، نجد أنه كلما ازدادت المقاومة R ازدادت قيمة الممانعة Z .

- نثبت التواتر f و السعة C و المقاومة R و نأخذ قيم مختلفة للذاتية L ثم نقرأ قيم التوتر المنتج U_{eff} بين طرفي الدارة و الشدة المنتجة I_{eff} المار بها ثم نحسب ممانعة الدارة من أجل كل قيمة ، نجد أنه كلما ازدادت الذاتية L نقصت قيمة الممانعة Z .

- نثبت التواتر f و الذاتية L و المقاومة R و نأخذ قيم مختلفة للسعة C ثم نقرأ قيم التوتر المنتج U_{eff} بين طرفي الدارة و الشدة المنتجة I_{eff} المار بها ثم نحسب ممانعة الدارة من أجل كل قيمة ، نجد أنه كلما ازدادت السعة C نقصت قيمة الممانعة Z .

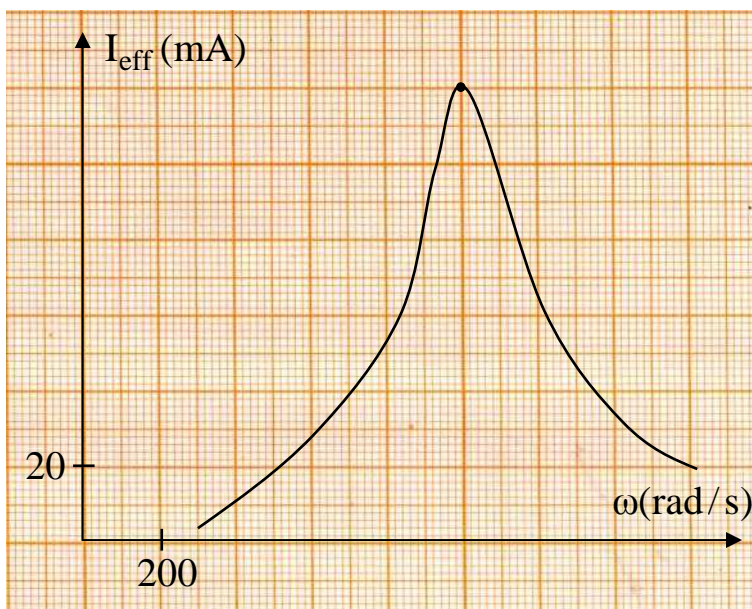
- نثبت التواتر السعة C و الذاتية L و المقاومة R و نأخذ قيم مختلفة للتواتر f للتيار المستعمل ثم نقرأ قيم التوتر المنتج U_{eff} بين طرفي الدارة و الشدة المنتجة I_{eff} المار بها ثم نحسب ممانعة الدارة من أجل كل قيمة ، نجد أنه كلما ازدادت قيمة التواتر f نقصت قيمة الممانعة Z .

ملاحظة :

عندما تكون الممانعة صغرى تكون الشدة المنتجة عظمى .

التمرين (1) :

دارة كهربائية تضم على التسلسل وشيعة ذاتيتها $L = 0.8 \text{ H}$ و مقاومتها الداخلية r ، مكثفة سعتها C ، نغدي الدارة بتيار متناوب جيبي عبارته : $u = 24\sqrt{2}\sin(\omega t)$. الشكل التالي يمثل تغيرات الشدة المنتجة I_{eff} بدلالة النبض ω .



- 1- أوجد عند التجاوب :
 - النبض الذاتي ω_0 للدارة (R,L,C) .
 - الشدة المنتجة I_{eff0} .
- 2- عندما تكون الإستطاعة المتوسطة المحولة بفعل جول في الدارة (R,L,C) نصف الإستطاعة الأعظمية المحولة بفعل جول في نفس الدارة $(P = \frac{P_0}{2})$:
 - أ- أثبت :

$$I_{\text{eff}} \frac{I_{\text{eff0}}}{\sqrt{2}}$$

- ب- أحسب هذه القيمة ثم استنتج من البيان النبضين ω_1 ، ω_2 الموافقين لها حيث : $\omega_1 < \omega_2$.
- 3- أحسب عرض الشريط النافذ $\Delta\omega$ و عامل الجودة Q .
- 4- أحسب ذاتية الوشيعة L و سعة المكثفة C .

**** الأستاذ : فرقاني فارس ****
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم
الخروب - قسنطينة
Fares_Fergani@yahoo.Fr

نرجو إبلاغنا عن طريق البريد الإلكتروني بأي خلل في الدروس أو التمارين و حلولها .
و شكرا مسبقا

لتحميل نسخة من هذا الملف و للمزيد . أدخل موقع الأستاذ :

www.sites.google.com/site/faresfergani